Prova scritta di Analisi Matematica T-A

Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale - A.A 2017/18

04/07/2018

MATRICOLA......................   NOME E COGNOME................................

Segnalare se si è impossibilitati a sostenere l'orale in al più uno tra i seguenti giorni: [ ] 11/07   [ ] 12/07   [ ] 13/07 .

Non è consentito l'uso di libri, appunti e calcolatrici.

(1) *(6 punti) Calcolare il seguente limite di successione, al variare di* $\alpha \in \mathbb{R}^+$*:*

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{[(n+2)^{2\alpha}-(n+1)^{2\alpha}]}{n^{n+\alpha}} \cdot (n-1)^n e^{\frac{1}{n}}$$

(2) *(8 punti) Calcolare il seguente limite di funzione:*

$$\lim_{x\to 0} \frac{\frac{1}{2}\log(1-x^2)-\frac{1}{3}\sin(3x-3x^3)-1-\frac{1}{3}\tan(5x^3)+e^{x-x^3}}{[\tan(2+x)-e^{-\frac{1}{x^2}}][1-\sqrt{1+3x^4}]}.$$

(3) *(8 punti) Calcolare il seguente integrale:*

$$\int_{-1}^{0} \sqrt{1-e^x}\,\cdot\, e^{2x}dx.$$

(4) *(8 punti) Studiare la seguente funzione e disegnarne un grafico qualitativo*

$$f(x) = \frac{\log(2-|x|)}{2-|x|}.$$

Determinare in particolare:

- *Dominio*
- *Limiti negli estremi del dominio*
- *Segno di* f *ed eventuale parità o disparità*
- *Intervalli di monotonia*
- $\sup f$ *e* $\inf f$ *ed eventuali punti di massimo/minimo locali/assoluti*

(5) *(2 punti) Sia* $f(x) = e^{\sin(x^3)+\frac{2}{x}} \cdot \cos(3x)$*. Calcolare* $f'(x)$*.*

Si ricordano le seguenti formule di Taylor:

$$(1+x)^a = 1+ax+\frac{a(a-1)}{2}x^2+\frac{a(a-1)(a-2)}{6}x^3+o(x^3) \quad \text{per } x\to 0$$

$$\tan x = x+\frac{x^3}{3}+\frac{2}{15}x^5+o(x^5) \quad \text{per } x \to 0.$$

Prova scritta di Analisi Matematica T-A

Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale - A.A 2017/18

04/07/2018

MATRICOLA.......................   NOME E COGNOME.................................

Segnalare se si è impossibilitati a sostenere l'orale in al più uno tra i seguenti giorni: [ ] 11/07   [ ] 12/07   [ ] 13/07

Non è consentito l'uso di libri, appunti e calcolatrici.

(1) *(6 punti) Calcolare il seguente limite di successione, al variare di $\beta \in \mathbb{R}^+$:*

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{(n+1)^n}{e^{\frac{1}{n}}} \cdot \frac{[(n+1)^\beta - (n-1)^\beta]}{n^{n+2\beta}}$$

(2) *(8 punti) Calcolare il seguente limite di funzione:*

$$\lim_{x\to 0} \frac{\arctan(-\frac{5}{24}x^3) + 1 - e^{x^3-x} + \log(1+\frac{1}{2}x^2) + 2\sin(\frac{1}{2}x^3 - \frac{1}{2}x)}{[1-\cos(\frac{x^2}{2})][e^{-\frac{1}{x^4}} + \sin(2x+1)]}.$$

(3) *(8 punti) Calcolare il seguente integrale:*

$$\int_1^2 \sqrt{e^{2x}-2} \cdot e^{4x} dx.$$

(4) *(8 punti) Studiare la seguente funzione e disegnarne un grafico qualitativo*

$$f(x) = \frac{\log(2-|x|)}{2-|x|}.$$

Determinare in particolare:

- *Dominio*
- *Limiti negli estremi del dominio*
- *Segno di f ed eventuale parità o disparità*
- *Intervalli di monotonia*
- $\sup f$ *e* $\inf f$ *ed eventuali punti di massimo/minimo locali/assoluti*

(5) *(2 punti) Sia $f(x) = \tan(2x) \cdot e^{\sqrt{x^3}+\cos(x^2)}$. Calcolare $f'(x)$.*

Si ricordano le seguenti formule di Taylor:

$$(1+x)^a = 1 + ax + \frac{a(a-1)}{2}x^2 + \frac{a(a-1)(a-2)}{6}x^3 + o(x^3) \quad \text{per } x \to 0$$

$$\arctan x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + o(x^5) \quad \text{per } x \to 0.$$